

Урок № 27

Тема уроку. Площа підграфіка

I. Повторення.

1. Що називається диференціюванням?
2. Як назвати операцію, обернену до диференціювання?
3. Що називається первісною функції?
4. Пригадайте правила знаходження первісної.

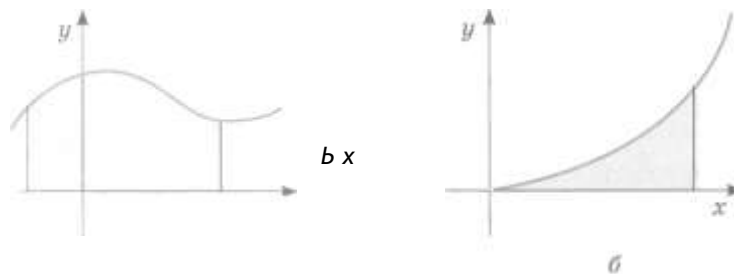
II. Вивчення нового матеріалу.

Поняття первісної можна застосовувати для визначення площ фігур, які досить складно знаходити без цього поняття.

Нехай на площині дано графік неперервної функції $y = f(x)$, яка на проміжку $[a; b]$ набуває тільки додатних значень.

Фігуру, обмежену таким графіком, віссю абсцис і прямими $x = a$ та $x = b$, називають підграфіком функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$.

Кілька таких підграфіків зображено на малюнку. Підграфіки функцій називають ще *криволінійними трапеціями*.

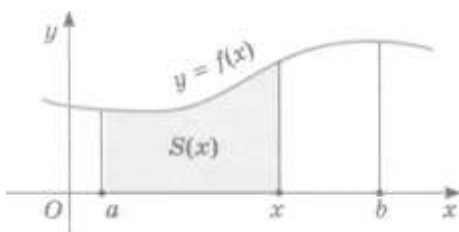


Площі підграфіків функцій можна знаходити за допомогою первісних.

ТЕОРЕМА/ Площа підграфіка функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$ дорівнює $F(b) - F(a)$ де $F(x)$ — первісна для функції $f(x)$ на $[a; b]$.

ДОВЕДЕННЯ.

Розглянемо підграфік функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$.



Функція $S(x)$ — первісна для $f(x)$. І якщо $F(x)$ — яка-небудь інша первісна для $f(x)$, то $S(x) = F(x) + C$, де C — якесь число. Щоб визначити це число, врахуємо, що $S(a) = 0$, бо при $x = a$ підграфік функції $f(x)$ на проміжку $[a; x]$ вироджується у відрізок, площа якого дорівнює 0. Маємо: $0 = F(a) + C$, звідки $C = -F(a)$. Отже, $S(x) = F(x) - F(a)$. Якщо в знайдену рівність підставимо значення $x = b$, то матимемо рівність, яку треба було довести: площа S підграфіка функції $f(x)$ на проміжку $[a; b]$ дорівнює $F(b) - F(a)$. Значення різниці $F(b) - F(a)$ доводиться обчислювати досить часто, тому для зручності її записують ще й так:

$$S = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

III. Практична робота.

1. Виконаємо разом (§ 6, стор. 53)
2. Виконаємо усно № 238, 239 стор. 54
3. Виконаємо письмово № 244, 245 стор. 55

Перевірте себе

- | | |
|--|-------------------|
| 1. Що називається підграфіком функції? Як його | називають інакше? |
| 2. Сформулюйте теорему про площу підграфіка | функції. |
| 3. Чи є підграфік функції $y = x$ на проміжку $[0; 1]$ | |
| 4. Чи є підграфік функції $y = 2$ на проміжку $[0; 2]$ | |

