Математика

Урок № 45 група 12 27. 04. 2020

Тема уроку. Найбільше і найменше значення функції на проміжку

Сьогодні ви вивчите правила знаходження найбільшого і найменшого значення функції, а також навчитеся застосовувати їх при розв’язуванні завдань.

І. Повторюємо за допомогою вправи «Так чи ні»

1	$У=2$	$У'=0$
2	$У=2x$	$У'=2$
3	$У=5,5x$	$У'=5,5$
4	$У=x^2$	$У'=2x$
5	$У=2x^2$	$У'=6x^2$
6	$У=x^4$	$У'=x^2$
7	$У=x^3+2$	$У'=3x^2$
8	$У = \cos x$	$У' = -\sin x$
9	$У = \sin x$	$У' = \cos x$

Перевір свої знання з теми «Похідна

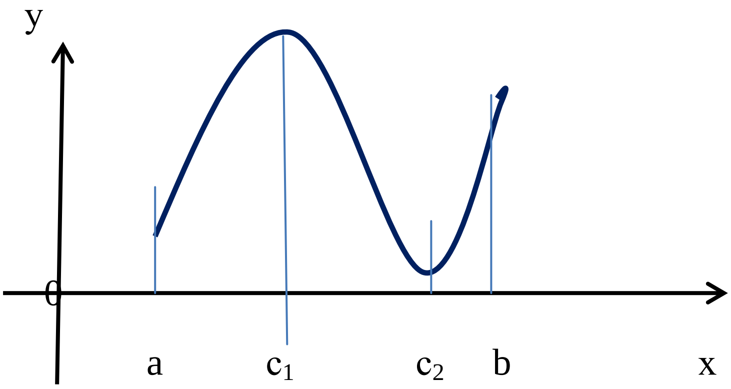
1	$У=x^4+2$	$У'=4x^3$
2	$У=2x^3$	$У'=6x^2$
3	$У=0,5x-1$	$У'=25x^4$
4	$У=5x^5+5$	$У'=cosx$
5	$У=sinx$	$У'=40x^9$
6	$y=cosx$	$У'=1$
7	$y=tgx$	$У'=-sinx$
8	$y=ctgx$	$У' = У'=18x$
9	$У=3x^3+x$	$У'=0,5$
10	$y=x$	$У'=-\frac{1}{sin^2x}$
11	$У=7$	$У'=9x^2+1$
12	$y=\sqrt{x}$	$У'=0$
13	$У=9x^2-6$	$У'=5cosx$
14	$У=2\sqrt{x}$	$У'=40x^9$
15	$У=5sinx$	$У'=-\frac{2}{3}sinx$
16	$У=1+2x+0,6$	$У'=-\frac{7}{sin^2x}$
17	$У=12tgx$	$У'=3cos3x$
18	$У=7ctgx$	$У'=\frac{-\frac{5}{6}\sin 5}{6}x$
19	$У=sin3x$	$У'=3+26x$
20	$У=cos$	$У'=25+5x^4$

21	$У=3x+13x^2$	$У'=\frac{10}{x}$

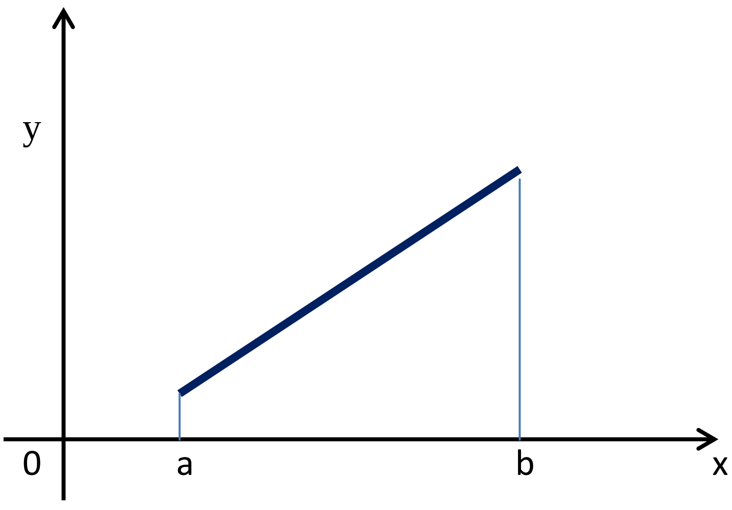
II. Вивчення нової теми.

Нехай на відрізку [a;b] задана неперервна функція y=f(x). Тоді, як доводиться в курсі математичного аналізу, серед множини значень такої функції є найбільше і найменше значення. Ці числа і називаються відповідно найбільшим і найменшим значенням функції. Постає запитання: як знайти точки відрізка[a;b], в яких функція набуває свого найбільшого і найменшого значень?

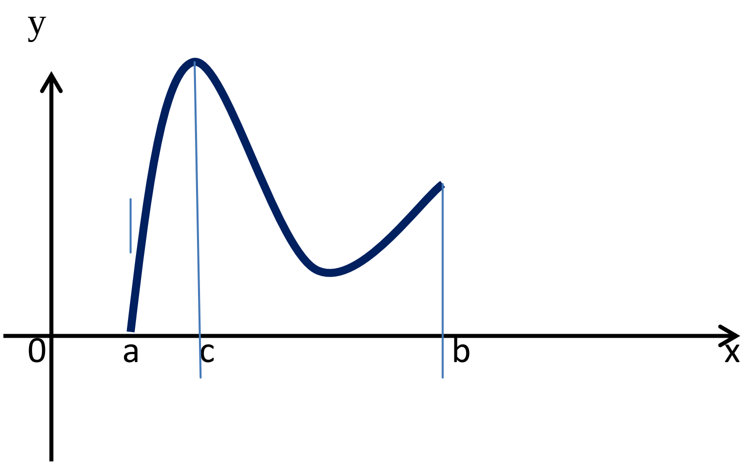
Зазначу, що функція може набувати свого найбільшого і найменшого значень як на кінцях відрізка, так і у внутрішніх його точках. Наприклад, на мал.1 зображено графік неперервної функції, яка у внутрішній точці c_1 відрізка [a;b] набуває найбільшого значення, а у внутрішній точці c_2 – найменшого.



На мал.1 зображено графік функції, яка на кінцях відрізка набуває найменшого і найбільшого значень.



Може статися і так, що одного із значень функція набуває всередині відрізка, а другого – на одному з кінців. Так, на мал.3 зображено графік неперервної функції, яка на лівому кінці відрізка(точка a) набуває найменшого значення, а у внутрішній точці(точці c) – найбільшого.



Якщо функція набуває найбільшого (найменшого) значення всередині відрізка, то це найбільше(найменше) значення є одночасно і локальним максимумом (мінімумом) заданої функції. Звідси випливає правило знаходження точок, в яких функція набуває найбільшого(найменшого) значення на відрізку [*a;b*].

Щоб знайти найбільше(найменше)значення неперервної функції на відрізку[a;b], треба знайти всі локальні максимуми(мінімуми) і порівняти їх із значеннями функції, яких вона набуває на кінцях відрізка. Найбільше(найменше) число серед утворених чисел і буде найбільшим(найменшим) значенням функції, заданої на відрізку [a;b].

ІІІ. Практична робота.

А зараз розв'яжемо завдання, застосовуючи правила знаходження найбільшого і найменшого значення функції: ***$y = 2x^3+3x^2-12x+7$, x є [0; 2].***

Знаходимо похідну за правилами знаходження похідних, які ви повторили на початку уроку. **$y'=6x^2+6x-12$.**

Прирівняємо похідну до нуля і знайдемо стаціонарні точки. **$6x^2+6x-12=0$**

Скоротимо на 6. Отримаємо **$x^2+x-2=0$**

Знайдемо корені рівняння $x_1=1$; $x_2=-2$. Перевіримо, чи належать наші точки відрізку[0;2]. 1є[0;2], а -2 є [0;2]. Обчислимо значення функції в точці $x_2=1$ і на кінцях відрізка, тобто в точках $x_3=0$; $x_4=2$.

$У(2)=2\cdot2^3+3\cdot2^2-12\cdot2+7=16+12-24+7=11$;

$У(1)=2\cdot1^3+3\cdot1^2-12\cdot1+7=2+3-12+7=0$;

$У(3)=2\cdot0^3+3\cdot0^2-12\cdot0+7=7$.

Отже найбільше значення дорівнює $y = y(2) =11$; найменше значення функції $y = y(1) = 0$.

***2**.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=3x^5$ на [-1;1]*

$y'=15x^4$; $15x^4=0$, $x=0$; $y(0)=0$; $y(1)=3$; $y(-1)=-3$.

А) Найбільше значення функції y(1)=3.

Найменше значення функції y(-1)=-3; №7

Б) Найбільше значення функції y(1)=5;

Найменше значення функції y(-1)=-3.

3.Знайти довжину сторін прямокутника, що має площу $144м^2$ та найменший периметр.

Нехай одна сторона прямокутника x см, тоді друга - $\frac{144}{x}$ см, а периметр

P(x)=(2x+2· $\frac{144}{x}$) см. Знайдемо похідну і прирівняємо до нуля.

P(x)= 2+2·(-)=2-; 2-=0;$2x^2=288$; $x^2=144$; $x=\pm$ 12;x> 0; x=12. Відповідь: 12 см; 12 см.

4.Знайти найбільше і найменше значення функції $f(x)=x^3-3x$, на відрізку

x є[0;2]

5.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=2x^2+4x$ на [0;2]

6.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=2x^2$ на [0;2]

7.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=x^2+2x$ на [-1;2]

8.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=x^3+3x$ на [-1;3]

9.Знайти найбільше і найменше значення функції $У=x^4+4x$ на [-1;1]

Підсумок. Отже, який можна зробити висновок? Лише завдяки вашій наполегливості можна вивчити програмовий матеріал і отримати хороші оцінки. Опрацювати § 26, п.2, ст. 155