

Алгебра та початки аналізу

Урок № 35 група 12 1.04

Тема уроку. Задачі, що приводять до поняття похідної

План вивчення теми.

1. Поняття приросту аргументу і приросту функції.

- Приріст аргументу: $\Delta x = x - x_0$, де x — довільна точка, яка лежить у деякому околі фіксованої точки x_0 з області визначення функції $f(x)$.
- Приріст функції: $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Зверніть увагу! При фіксованому x_0 приріст Δf є функцією від Δx .

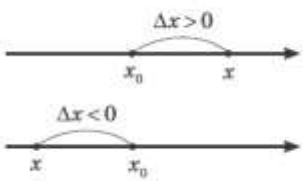
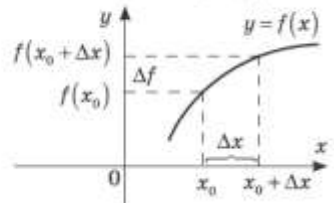
Уявлення про границю функції в точці.

2. Задачі, які приводять до поняття похідної:

- задача про миттєву швидкість;
- задача про дотичну до графіка функції.

3. Алгоритм розв'язування задач на знаходження миттєвої швидкості та кутового коефіцієнта дотичної.

3. Поняття середньої швидкості змінювання функції на проміжку.

| Поняття приросту аргумента і приросту функції в точці x_0 | |
|--|---|
| Нехай x — довільна точка, що лежить у деякому околі фіксованої точки x_0 з області визначення функції $f(x)$ | |
| Приріст аргумента | Приріст функції |
| $\Delta x = x - x_0$  | $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  |

Задача про миттєву швидкість.

За проміжок часу Δt матеріальна точка проходить шлях $\Delta S = f(t_1) - f(t_0) = f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)$.

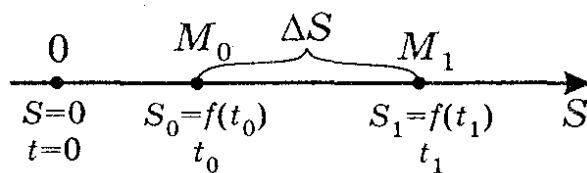


Рис. 20

Середня швидкість руху точки на проміжку MM_1 дорівнює:

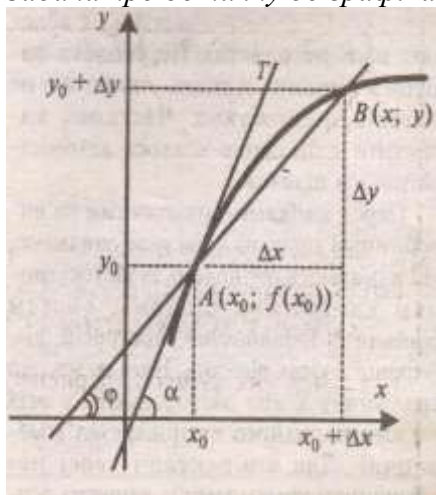
$$v_{\text{сер.}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}.$$

Миттєвою швидкістю точки, яка рухається прямолінійно в момент часу t_0 називається границя середньої швидкості при умові, що Δt наближається до нуля.

$$v_{\text{мит.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{сер.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}.$$

Числа Δt і ΔS називаються відповідно приростом часу і приростом шляху.

Задача про дотичну до графіка функції



З'ясуємо зміст поняття дотичної до кривої. Розглянемо графік функції $y = f(x)$, графіком даної функції є крива, а січною – АВ. Дотична до графіка диференційованої в точці x_0 функції – це пряма, що проходить через точку А $(x_0; f(x_0))$ і має кутовий коефіцієнт $k = \operatorname{tg} \alpha$.

Задачі про знаходження миттєвої швидкості v кутового коефіцієнту дотичної розв'язуються одним і тим самим способом, який складається з наступних кроків:
незалежній змінній надаємо приріст Δx ;
знаходимо приріст залежної змінної Δy ;
знаходимо відношення;

Самостійно опрацювати §21 с. 125

Розв'яжіть самостійно

Задача 1. Сторони прямокутника дорівнюють 15 м і 20 м. Знайдіть приріст його периметра й площі, якщо:

- його меншу сторону збільшили на 0,11 м, а більшу залишили без змін;
- його більшу сторону збільшили на 0,2 м, а меншу залишили без змін.

Задача 2. Знайдіть приріст площі круга радіусом $R = 4$ см, якщо цей радіус отримав приріст h см. Зобразіть цей приріст графічно, якщо: 1) $h = 0,2$ см; 2) $h = -0,2$ см.

Відповідь. 1) 1,64п; 2) -1,56п.

Задача 3. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до параболи $y = 4x^2$ у точці з абсцисою: 1) $x_0 = 1$; 2) $x_0 = -2$

Виконати № 406, 407 с.130

Питання для самоконтролю.

- Що називається приростом аргументу і як його позначають?
- Що називається приростом функції і як його позначають?
- Як знайти приріст функції в точці?
- Як знайти середню швидкість руху точки вздовж прямої?
- Як визначити миттєву швидкість у момент часу t_0 ?
- Як визначити прискорення руху точки в момент часу t_0 ?
- Сформулюйте означення дотичної до кривої.
- Що таке кутовий коефіцієнт дотичної і як його знайти?
- Чому дорівнює кутовий коефіцієнт прямої:
1) $y = b$; 2) $y = x$; 3) $y = -x$?