

Геометрія

Урок № 205

15.04. 2020

група 33

Тема уроку. Декартові координати на площині та просторі. Вектори. (Повторення)

1. Повторюємо і запам'ятовуємо

ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ	
На площині	У просторі
Координати середини відрізка	
<p>C — середина AB</p> $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$	<p>C — середина AB</p> $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}$ $z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$
Відстань між точками	
$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
Рівняння кола	Рівняння сфери
$x^2 + y^2 = R^2$ Центр кола — початок координат.	$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ Центр сфери — початок координат.
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ Центр кола — точка $O_1(a, b)$.	$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ Центр сфери — точка $O_1(a, b, c)$.

ВЕКТОРИ	
<p>Означення: вектором називається напрямлений відрізок.</p> $\vec{AB} = \vec{a}$	<p>Довжина цього відрізка називається довжиною (модулем, абсолютною величиною) вектора.</p> $ \vec{a} = AB$
Координати вектора на площині	Координати вектора у просторі
$\vec{a}(a_1; a_2)$, де $a_1 = x_2 - x_1$ $a_2 = y_2 - y_1$ $ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$	$\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$, де $a_1 = x_2 - x_1$ $a_2 = y_2 - y_1$ $a_3 = z_2 - z_1$ $ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
Рівні вектори	
$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = \vec{b} \\ \text{вектори } \vec{a} \text{ і } \vec{b} \text{ однаково напрямлені} \end{cases}$	
У координатах:	
$\vec{a}(a_1; a_2) = \vec{b}(b_1; b_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$	$\vec{a}(a_1; a_2; a_3) = \vec{b}(b_1; b_2; b_3) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

ОПЕРАЦІЇ НАД ВЕКТОРАМИ	
Сума векторів	
На площині	У просторі
$\vec{a}(a_1; a_2) + \vec{b}(b_1; b_2) = \vec{c}(a_1 + b_1; a_2 + b_2)$	$\vec{a}(a_1; a_2; a_3) + \vec{b}(b_1; b_2; b_3) = \vec{c}(a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$
Правило трикутника	Правило паралелепіпеда
$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$	$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$
Правило паралелограма	
Різниця векторів	
$\vec{a}(a_1; a_2) - \vec{b}(b_1; b_2) = \vec{c}(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$	$\vec{a}(a_1; a_2; a_3) - \vec{b}(b_1; b_2; b_3) = \vec{c}(a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$
$\vec{AC} = \vec{AB} - \vec{BC}$	

Множення вектора на число	
$\lambda \cdot (a_1; a_2) = (\lambda a_1; \lambda a_2)$	$\lambda \cdot (a_1; a_2; a_3) = (\lambda a_1; \lambda a_2; \lambda a_3)$
$\vec{AC} = \lambda \vec{AB}$	<p>При $\lambda > 0$ вектор $\lambda \vec{a}$ і вектор \vec{a} однаково напрямлені.</p> <p>При $\lambda < 0$ вектор $\lambda \vec{a}$ і вектор \vec{a} протилежно напрямлені.</p> $ \lambda \vec{a} = \lambda \cdot \vec{a} $

Колінеарні вектори	
	<p>Означення: ненульові вектори називаються колінеарними, якщо вони лежать на одній прямій або на паралельних прямих.</p> <p><i>Колінеарні вектори або однаково напрямлені, або протилежно напрямлені.</i></p>
$\vec{a} \text{ и } \vec{b} \text{ колінеарні} \Leftrightarrow \vec{b} = \lambda \vec{a} \Leftrightarrow \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} \text{ (відповідні координати пропорційні)}$	
Скалярний добуток векторів	
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \varphi$ <p>Скалярний добуток векторів дорівнює добутку їх довжин на косинус кута між ними.</p>
У координатах	
На площині	У просторі
$\vec{a}(a_1; a_2); \vec{b}(b_1; b_2)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$	$\vec{a}(a_1; a_2; a_3); \vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
Скалярний добуток векторів дорівнює сумі добутків однойменних координат.	
	<p>При $\vec{a} \neq \vec{0}$ і $\vec{b} \neq \vec{0}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$</p>

2. Приклад побудови точки

ПОБУДОВА ТОЧКИ В ПРЯМОКУТНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ В ПРОСТОРИ

A (2;3;5)

1. ВИБРАТИ МАСШТАБ
2. ВІДКЛАСТИ НА ОСІ ОХ ВІДРІЗОК, ЯКИЙ ДОРІВНЮЄ 2
3. З ОТРИМАНОЇ ТОЧКИ ПРОВЕСТИ ПРЯМУ, ЯКА ПАРАЛЕЛЬНА ОСІ ОУ
4. ВІДКЛАСТИ НА ОСІ ОУ ВІДРІЗОК, ЯКИЙ ДОРІВНЮЄ 3
5. З ОТРИМАНОЇ ТОЧКИ ПРОВЕСТИ ПРЯМУ, ЯКА ПАРАЛЕЛЬНА ОСІ ОХ

A (2;3;5)

6. З ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ ЦИХ ДВОХ ДОПОМІЖНИХ ПРЯМИХ ПРОВЕСТИ ПРЯМУ ПАРАЛЕЛЬНУ ОСІ ОZ
7. НА ДАНІЙ ПРЯМІЙ ВІДКЛАСТИ ВІДРІЗОК, ЯКИЙ ДОРІВНЮЄ 5
8. ОТРИМАЛИ ТОЧКУ A (2;3;5)

КООРДИНАТИ ТОЧОК	
Точка M лежить на вісі	
ОУ	ОZ
M(0;Y;0)	M(0;0;Z)
Точка M лежить на площині	
ХОZ	УОZ
M(X ;0; Z)	M(0;Y; Z)

3. Знайдіть відповіді на запитання

1. Як називають три попарно перпендикулярні прямі зі спільним початком відліку?
2. Як називають координатну пряму, позначену буквою x ? буквою y ? буквою z ?
3. Як знайти відстань між двома точками, якщо відомо їхні координати?
4. Як знайти координати відрізків, якщо відомо координати їх кінців?
5. У якому випадку говорять, що дві точки симетричні відносно початку координат?
6. Що називають вектором? Як знайти координати вектора, якщо відомі його початок і кінець?
7. Який вектор називають протилежним даному вектору?
8. Як обчислити довжину (модуль) вектора, якщо відомі його координати?
9. Що називають скалярним добутком векторів? Чому дорівнює скалярний добуток векторів? Які властивості має скалярний добуток векторів?
10. За якою формулою можна знайти скалярний добуток векторів? Як, скориставшись цією формулою, знайти кут між векторами?
11. Сформулюйте означення кута між векторами у просторі.
12. Чому дорівнює кут між двома протилежно напрямленими векторами? двома спів напрямленими векторами?
13. Чому дорівнює кут між векторами, якщо хоча б один із них нульовий?
14. Сформулюйте умову перпендикулярності векторів. При якому значенні n вектори перпендикулярні?
15. Що називають добутком ненульового вектора a і числа k , відмінного від нуля?
16. Що можна сказати про вектори a і b , якщо $b = k a$, де k — деяке число?
17. Пригадайте сполучну та розподільні властивості множення вектора на число.

4. Розв'яжіть самостійно

1. Дано: т. $M(3; -5; 3)$ – середина AB , $B(-3; 1; 6)$. Знайти координати точки $A(x; y; z)$?
2. Дано: т. $M(4; -7; 3)$, т. $K(9; 4; -5)$. Знайти: $C(x; y; z)$?
3. Тест з вибором однієї правильної відповіді

№	Завдання	Відповідь
1	Яка з точок $A(0,3,6)$, $B(-1,5,0)$, $C(-2,0,-7)$, $K(0,0,6)$ лежить в площині Oxy ?	
2	Яка з точок $A(0,3,6)$, $B(-1,0,0)$, $C(-2,0,-7)$, $K(0,0,6)$ лежить в площині Oyz ?	
3	Яка з точок $A(0,3,6)$, $B(-1,0,0)$, $C(-2,0,-7)$, $K(0,0,6)$ лежить на вісі z ?	
4	Знайдіть координати проекції точки $A(-3,4,-1)$ на вісь x .	
5	Знайдіть координати проекції точки $A(-3,4,-1)$ на площину Oxz .	

4. Самостійна робота

- 1° (3 бали). Які із запропонованих точок $A(-1; 2; 0)$; $B(1; 0; 5)$; $C(0; 0; 7)$; $D(0; 6; 8)$ належать осі аплікат, а які — площині xy ?
- 2° (3 бали). Дано точки $K(-2; 0; 7)$; $L(x; 4; -1)$; $M(2; y; -5)$; $N(7; -1; z)$. Знайдіть x , y і z , якщо $\overline{KL} = \overline{MN}$.
- 3 (3 бали). На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок $A(1; 3; -1)$ і $B(0; 2; 5)$.
- 4 (3 бали). Вектори \vec{a} , \vec{b} і \vec{c} — попарно перпендикулярні; $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 2$; $|\vec{c}| = 6$. Знайдіть модуль вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Пройти тест за посиланням <https://onlinetestpad.com/ua/tests/ukrainian>
<https://www.youtube.com/watch?v=Zioo1myQQBY>

ІНТЕРНЕТ - ТЕСТИ

<https://onlinetestpad.com/ua/tests/ukrainian>

<https://learningapps.org/1656461>

ВІДЕО-УРОКИ

<http://mirznanii.com/v/Zioo1myQQBY-294019/vektori-u-prostori>