Математика

Урок № 40 група 12 13. 04. 2020

Тема уроку. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції.

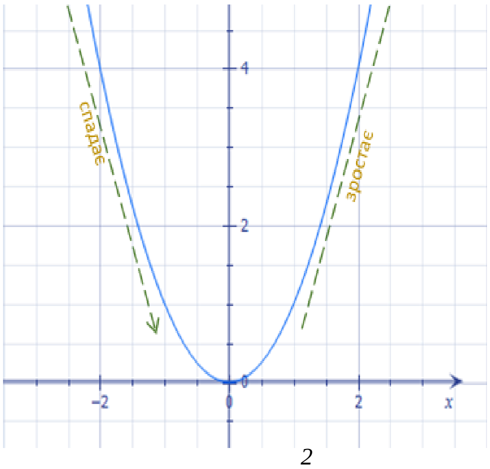
I. Повторіть раніше вивчений матеріал, запишіть відповіді на запитання у зошити.

1. Сформулюйте означення функції , що зростає (спадає) на проміжку.
2. Опишіть «поведінку» графіка функції на проміжках її зростання та спадання.

Функція $y = f(x)$ називається зростаючою (спадаючою) на деякому проміжку, якщо для будь-яких x_1 і x_2, що належать цьому проміжку, із умови $x_1 > x_2$ слідує, що $f(x_1) > f(x_2)$ ($f(x_1) < f(x_2)$).

Сам цей проміжок називається проміжком зростання (спадання) функції.

Приклад. Зростаюча функція $y = 3x+2$.Спадаючою є функція $y = -7x+1$.

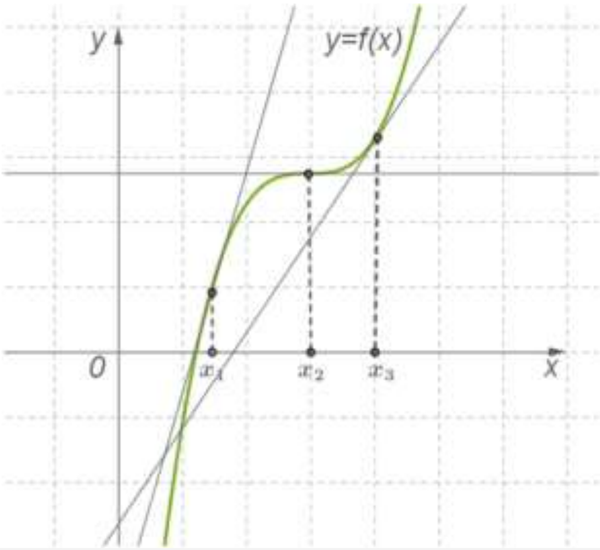


Графік функції $y=x^2$ з показаними проміжками спадання і зростання

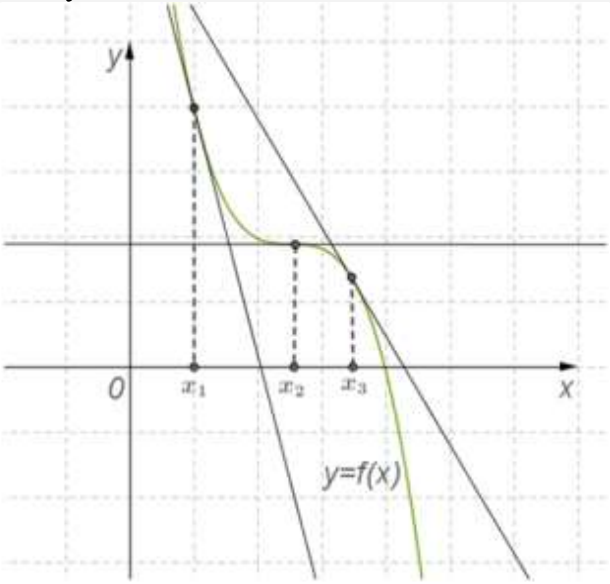
Як бачите, за графіком функції досить легко визначати її проміжки зростання та спадання. Для цього достатньо подивитися, від якого значення і до якого по осі Ox графік іде вгору (функція зростає), і між якими значеннями графік прямує вниз (функція спадає). Отриманні значення x слід записати як межі відповідних проміжків.

II. Вивчення нового матеріалу.

Теорема 1. Якщо у всіх точках відкритого проміжку X виконується нерівність $f'(x) \geq 0$ (причому рівність $f'(x)=0$ виконується лише в окремих точках і не виконується ні на якому суцільному проміжку), тоді функція $y=f(x)$) зростає на проміжку X.



Теорема 2. Якщо у всіх точках відкритого проміжку X виконується нерівність f′(x)≤0 (причому рівність f′(x)=0 виконується лише в окремих точках і не виконується ні на якому суцільному проміжку), тоді функція y=f(x) спадає на проміжкуX.



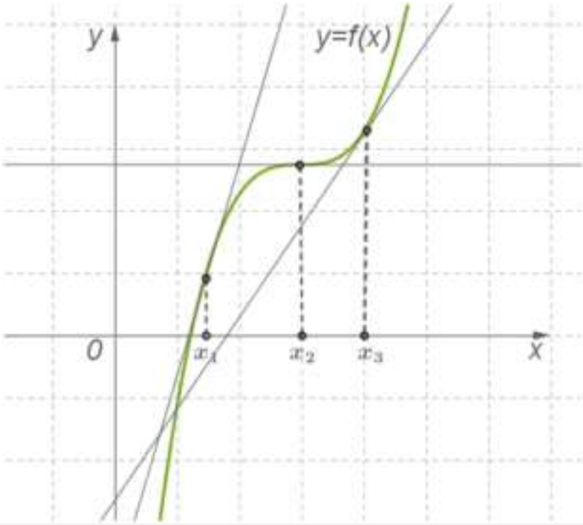
Отже, якщо існує похідна функції в інтервалі (*a*,*b)* і в даному інтервалі
1) f'(x)≥0, тоді функція в ньому не спадає;
2) f'(x)≤0, тоді функція в ньому не зростає;
3) f'(x)>0, тоді функція в ньому зростає;
4) f'(x)<0, тоді функція в ньому спадає.

Приклад. Необхідно досліджувати інтервали монотонності функції f(x)=x3−4x2−16x+17.

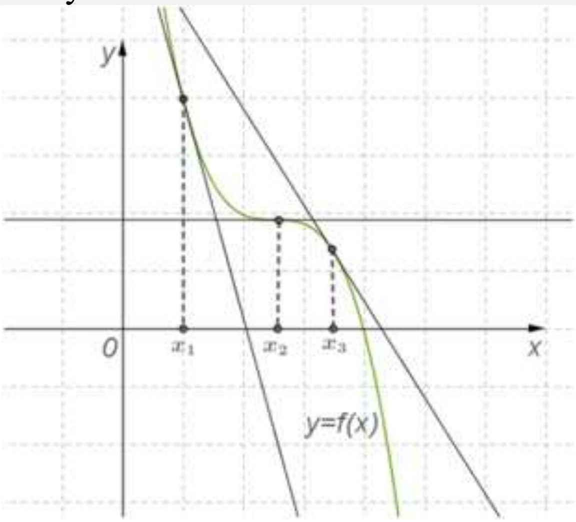
Спочатку знаходимо похідну: f'(x)=(x3−4x2−16x+17)'=3x2−8x−16.

Це парабола, яка перетинає вісь x в точках x1=−43 і x2=4 і її гілки спрямовані вгору. Тому похідна від’ємна в інтервалі (−43;4) (функція спадає) і додатна в інтервалах (−∞;−43) і (4;+∞) (функція зростає).

Відповідь: функція f(x)=x3−4x2−16x+17 зростає в інтервалах (−∞;−43) і (4;+∞), спадає в інтервалі (−43;4).



Теорема 2. Якщо у всіх точках відкритого проміжку X виконується нерівність $f'(x)\leq 0$ (причому рівність $f'(x)=0$ виконується лише в окремих точках і не виконується ні на якому суцільному проміжку), тоді функція $y=f(x)$ спадає на проміжку X.



Отже, якщо існує похідна функції в інтервалі (a,b) і в даному інтервалі

1) $f'(x)\geq 0$, тоді функція в ньому не спадає;
2) $f'(x)\leq 0$, тоді функція в ньому не зростає;
3) $f'(x)>0$, тоді функція в ньому зростає;
4) $f'(x)<0$, тоді функція в ньому спадає.

Опорний конспект

Ознака сталості функції. Якщо f ’(x) = 0 в усіх точках проміжку *(a; b),* то функція f (x) **стала** на цьому проміжку.

Ознаки зростання (спадання) функції. Якщо f ’(x) > 0 при всіх x є *(a;b),* то функція f (x) **зростає** на цьому проміжку.

Якщо f ’(x) < 0 при всіх x є *(a;b),* то функція f (x) **спадає** на цьому проміжку.

III. Практична робота.

1. Знайти проміжки зростання та спадання функції $y=4x^2-16x$.

Розв’язання.

$y'= 8x - 16$;

Розв’яжемо нерівності

1) $8x - 16>0$, $x>2$;
2) $8x - 16<0$, $x<2$.

Отже, при Х є [2;+∞) функція зростає, якщо Х є (-∞;2], то функція спадає.

Якщо на кінцях проміжку зростання (спадання) функція неперервна , то їх можна приєднати до цього проміжку.

Відповідь: у ↑, якщо Х є [2;+∞); у ↓, якщо Х є (-∞;2]; 2 - критична точка.

1. **Розв'яжи завдання самостійно та запиши у зошит. Завдання для самостійної роботи.**

№1. Визначте проміжки зростання функції у= х3 +2х²

А	Б	В	Г	Д
(-∞;-1]	(-∞;-1] U [0;1]	[-1;0]	[-1;0] U [1;+∞)	інша відповідь

№ 2.Укажіть проміжки спадання функції

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - 1{,}5x^2 - 6x + 7.$$

№ 3. При яких значеннях *а* функція зростає на R?

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + 0{,}5ax + 16x - 3$$

А	Б	В	Г	Д
(-∞;+∞)	(-∞;-⅔]	[-1;0]	(-∞;-⅔] U [0;1]	[-1;0]U[1,5;+∞)

IV. Опрацювати матеріал конспекту, § 24, ст.143, питання для самоперевірки на ст. 145. виконати № 458.